3-a) $f(x) = \frac{1}{x} - 1 + \ln x$ pour tout $x > 0$.

f est dérivable sur E et $f'(x) = \frac{-1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x^2}$.

$\frac{x-1}{x^2} - \frac{1}{2} = \frac{-x^2+2x-2}{2x^2}$.

Donc $f'(x) - \frac{1}{2}$ a le même signe que : $-x^2 + 2x - 2$ ce trinôme a pour discriminant (-4) donc $-x^2 + 2x - 2 < 0$ donc $0 \leq f'(x) \leq \frac{1}{2}$ pour tout $x \geq 1$.

b)Le théorème des inégalités des accroissements finies appliqué à la fonction f nous affirme que :

$0 \leq f(x) - f(1) \leq \frac{1}{2}(x-1)$ or $f(1) = 0$ donc $0 \leq f(x) \leq \frac{1}{2}(x-1)$

c)On a: $\frac{f(x)}{x} = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$ chacun des trois termes du second terme de l'égalité tend vers 0 lorsque x tend vers $+\infty$; donc $\frac{f(x)}{x}$ tend vers 0 en $+\infty$ .Donc la courbe (C) admet une branche parabolique de direction l'axe des abscisses au voisinage de $+\infty$.

d) $f'(x) = \frac{x^2 - 2x(x-1)}{x^4} = \frac{x-2x+2}{x^3} = \frac{2-x}{x^3}$; $f''(x) = 0$ lorsque $x = 2$ donc le point I(2 ;f(2)) est un point d'inflexion de la courbe (C).

e) $f'(2) = \frac{1}{4}$; $f(2) = \frac{1}{2} - 1 + \ln 2 = \ln 2 - \frac{1}{2}$ donc (T):$y = \frac{1}{4}(x-2) + \ln 2 - \frac{1}{2}$

d'où :(T) : $y = \frac{1}{4}x + \ln 2 - 1$

Exercice 4

1) Voir figure ci dessous

2) Cov(X ; Y) = 3519,29. ; le coefficient de corrélation linéaire r = 0,966 : r est fort donc une ajustement linéaire satisfaisante est justifiée. La droite de régression de y en x est :(D) : 879,82.x - 581,61

3. On propose un deuxième ajustement de cette série statistique par la fonction f définie, pour tout réel positif *x*, par :$f(x) = 130.x^2 + 100.x + 68$.

Qarray.tn - Aqra Bleen - Qarray.tn